

基于 Copula 函数的关中河流水文丰枯遭遇特征分析

刘 招¹,田 智²,乔长录³,贾志峰¹

(1. 长安大学水与发展研究院, 陕西 西安 710064; 2. 陕西省泾惠渠管理局, 陕西 三原 713800;
3. 华北水利水电学院, 河南 郑州 450045)

摘 要: 引入 Copula 函数方法,对关中地区几条主要河流径流的丰枯遭遇特性及规律进行研究,分别选取渭河、泾河和黑河径流系列作为代表,对其两两间的丰枯遭遇状况进行了分析。结果表明:在丰枯同步频率中,两条河流间同平的频率大于同枯的频率和同丰的频率,同丰的频率最小;在各河流的丰枯异步频率中,两河流的丰平与平丰、丰枯与枯丰、平枯与枯平遭遇的概率基本一致;各河流间的丰枯遭遇概率、丰枯同步(共 3 种类型)频率略大于丰枯异步(共 6 种类型)频率。研究表明,Copula 函数方法概念明确,适用性强,简便易用。

关键词: 水资源;河川径流;丰枯遭遇;Copula 函数

中图分类号: S271 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-7601(2013)04-0245-04

Analysis on coincidence characteristics of high and low streamflow
in Central Shaanxi based on Copula function

LIU Zhao¹, TIAN Zhi², QIAO Chang-lu³, JIA Zhi-feng¹

(1. Water and Development Research Institute, Chang'an University, Xi'an 710064, China; 2. The Administration Bureau of Jinghuiqu Irrigation Area, Sanyuan, Shaanxi 713800, China; 3. North China University of Water Resources and Electronic Power, Zhengzhou 450045, China)

Abstract: Taking the mainstreams of Weihe River, Jinghe River and Heihe River in Central Shaanxi as examples, the coincidence relationship of high and low streamflow among different rivers was analyzed with Copula function. The results showed that the synchronous frequency of normal flow year was the highest, that of low flow year was the next, and that of high flow year was the lowest. As far as the asynchronous frequency of flow was concerned, the frequency of high-normal and normal – high flow, high-low and low-high flow, and normal-low and low-normal flow of two rivers was coincident approximately. The synchronous frequency (of 3 types) was higher than the asynchronous frequency (of 6 types) for the three rivers. The Copula function method is not only simple and convenient but also clear and applicable for analyzing the coincidence relationship of streamflow among rivers.

Keywords: water resource; river runoff; high and low streamflow; Copula function

河流出口断面径流因受流域地理位置、气候、下垫面等因素的影响,呈现出丰枯变化的差异性和不确定性,河川径流的丰枯变化会严重影响到沿岸城镇的供水、灌溉及农业生产安全。水文事件的丰枯遭遇概率的计算是水文分析计算、水资源规划、水利风险分析中的常遇问题^[1]。关中地区拥有宝鸡峡灌区、泾惠渠灌区等多个大中型灌区,作为灌溉及引水水源,渭河、泾河等主要河流来水状况及丰枯遭遇对整个关中地区农业生产影响重大。目前,分析不同水文丰枯遭遇状况常用统计法和联合概率法等,这些基于概率统计的方法大都基于频率分析方法。Copula 函数方法是一种新的丰枯遭遇分析方法^[2],

本文引入 Copula 函数方法,分析关中地区渭河、泾河和黑河间的丰枯遭遇频率,研究各河流间丰枯遭遇状况规律,以期为区域水资源合理调度管理提供参考。

1 丰枯遭遇分析的 Copula 函数方法

不同区域径流、降雨等水文事件之间的丰枯遭遇频率的计算,属于求解线性或非线性相关关系的二维变量之间的联合分布。目前采用的方法主要有二维正态分布模型、二维对数正态分布模型、混合 Gumbel 模型等^[3],这些方法求解不便,且在一定程度上难以证明模型的适用性^[4]。Copula 函数方法概

收稿日期:2012-11-05
基金项目:陕西省自然科学基金基础研究计划项目(2010JM5013);国家自然科学基金项目(51009008);高等学校学科创新引智计划项目(B08039)
作者简介:刘 招(1975—),男,陕西咸阳人,副教授,主要从事水文及水资源研究。E-mail: lz975@163.com。

念明确,适用性强。

1.1 Copula 参数的估计及联结函数的选择

Copula 函数总体上可分为椭圆型、阿基米德型和二次型 3 类^[5],其中生成元为 1 个参数的阿基米德型 Copula 函数应用最为广泛,其表达式为:

$$C_{\theta} = (u_1, u_2) = \phi^{-1}[\phi(u_1) + \phi(u_2)], 0 \leq u_1, u_2 \leq 1 \quad (1)$$

式中, θ 为参数; Φ 为 Copula 函数的生成元。参数 θ 可由实测数据相关系数得出。

目前,水文领域相关研究中常用的是 Clayton、Frank、Gumbel-Hougaard(GH) 和 Ali-Mikhail-Haq (AMH) 等 4 种 Archinedean 型 Copula 函数,本文选用 Clayton 和 GH Copula 作为联结函数来进行径流丰枯遭遇特性研究。Clayton 的具体表达式为:

$$C(u, v) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}} \quad (2)$$

式中, θ 为待定参数,一般通过 Kendall 秩相关系数 τ 与 Copula 函数参数 θ 的关系进行估计,两者关系由下式表述:

$$\theta = \frac{\tau}{1 - \tau} \quad (3)$$

GH Copula 的具体表达式为:

$$C(u, v) = \exp\{-[(-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta}]^{1/\theta}\} \quad (4)$$

式中 θ 由(5)式估算:

$$\theta = \frac{1}{1 - \tau} \quad (5)$$

式中, τ 为两变量 Kendall 秩相关系数。

1.2 河川径流边际分布的确定

Copula 函数方法不受变量边缘分布类型的限制。在我国,水文学中常假定单变量的水文变量服从皮尔逊 III 型分布,故本文选用皮尔逊 III 型(P-III)分布来拟定年径流边缘分布,采用以下数学期望公式计算经验频率:

$$H(x) = P(X \leq x_m) = \frac{m - 0.44}{N + 0.12} \quad (6)$$

式中, P 为 $X \leq x_m$ 的经验频率; m 为 x_m 的序号; N 为样本容量。

1.3 拟合优度的检验

对于拟定的 Copula 函数需要对其优劣程度进行判断,本文采用离差平方和 (OLS) 最小准则来对 Copula 函数进行拟合优度评价^[6],公式如(7)示:

$$OLS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - P_{ei})^2} \quad (7)$$

式中, P_i 和 P_{ei} 分别为联合分布的计算频率和经验频率。

为检验 Copula 函数的拟合精度,需比较理论累积频率与经验频率的一致性。两变量联合累积经验频率采用 Gringorton 经验频率计算公式计算,公式如

(8) 所示:

$$H(x, y) = P(X \leq x_i, Y \leq y_i) = \frac{\sum_{m=1}^i \sum_{l=1}^i N_{ml} - 0.44}{N + 0.12} \quad (8)$$

式中, P 为 $X \leq x_i$ 且 $Y \leq y_i$ 的经验频率; N_{ml} 为 $x_j \leq x_i$ 且 $y_j \leq y_i$ 的数目; N 为样本数。

2 关中地区河流丰枯遭遇的 Copula 联结函数

关中地区是我国西北经济社会发展的核心地带。随着关中地区经济快速发展,社会经济用水量的持续增加已超出地区水资源承载能力,水资源问题已成为西咸新区乃至关天经济区宏伟规划是否能得以顺利实施的关键问题^[7]。关中地区属典型的大陆性季风气候,暖温带半湿润气候区。渭河自西向东穿过关中平原,以渭河为主轴,两岸支流发育,呈树枝状分布。在渭河两岸支流中,流量较大的主要支流包括泾河、黑河和北洛河。另有相关研究表明,关中地区降雨与径流具有一定地域性的规律,联合分析关中河流径流的一阶自相关系数及自相关函数,可将渭河干支流划分为三个区类,其分别为干流及上游支流、渭北支流及南岸支流^[8]。本文分别选取三个区类的代表性河流的径流量,分析其之间的丰枯遭遇状况。选取的渭河林家村站,泾河张家山站和黑河黑峪口站均为控制性水文站,其各站年径流资料均通过了三性审查。代表河流及水文测站分布情况见图 1 所示。

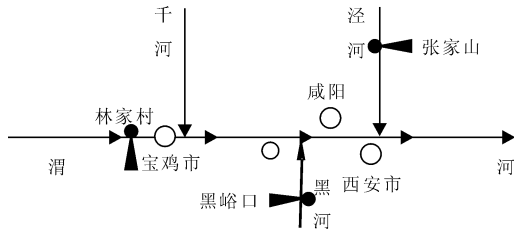


图 1 代表性河流及典型水文测站分布
Fig.1 Typical rivers and hydrological survey stations in Central Shaanxi

依据公式(3)、(5)、(7)计算林家村、张家山及黑峪口三站年平均流量组合 Copula 函数的 θ 及 OLS 值,结果见表 1。累积频率与经验频率一致性结果见图 2。

根据离差平方和 (OLS) 最小准则,采用 Clayton 函数的拟合精度最好,可选作本研究的联结函数。建立年径流的联合概率分布函数。例如,对渭河和泾河两河流年径流的联合概率分布函数为:

$$H(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y) = C(u, v)$$

$$= (u^{-0.962} + v^{-0.962} - 1)^{-\frac{1}{0.962}} \tag{9}$$

式中, P 为不超过概率, 即 $X \leq x$ 且 $Y \leq y$ 的概率;

$C(u, v)$ 为联合概率分布函数; $u、v$ 为两河流的边缘分布函数。

表 1 Copula 函数参数

Table 1 Parameters in Copula function

组合 Combination	τ	Clayton 函数 Copula function		GH Copula 函数 GH Copula function	
		θ 估值 θ valuation	OLS	θ 估值 θ valuation	OLS
林家村与张家山 Linjia & Zhangjiashan	0.490248	0.961739	0.05038	1.961739	0.07196
林家村与黑峪口 Linjia & Heiyukou	0.503546	1.014286	0.04835	2.014286	0.07367
张家山与黑峪口 Zhangjiashan & Heiyukou	0.344858	0.526387	0.05187	1.526387	0.07550

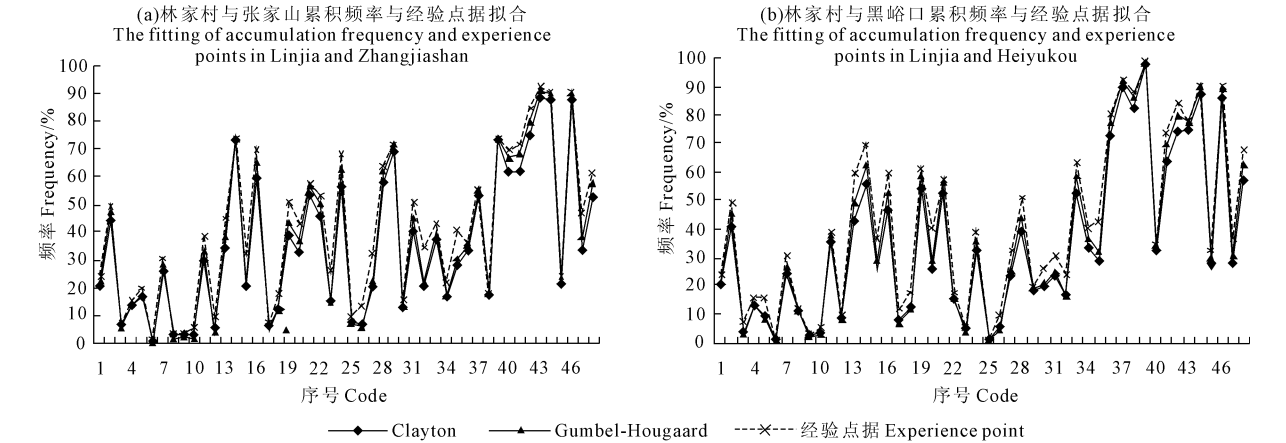


图 2 代表站间累积频率与经验点据拟合

Fig.2 The fitting results of accumulation frequency and experience points

3 丰枯遭遇概率特征分析

根据上述联合分布模型对渭河、泾河和黑河三条河流之间的径流丰枯遭遇性进行研究。采用频率法将径流划分为丰、平、枯 3 种状态, 则二者之间的丰枯遭遇情形可以分为以下 9 种类型。

丰丰型: $p_1 = P(X \geq x_{pf}, Y \geq y_{pf})$; 丰平型: $p_2 = P(X \geq x_{pf}, y_{pk} < Y < y_{pf})$; 丰枯型: $p_3 = P(X \geq x, Y \leq y_{pk})$; 平丰型: $p_4 = P(x_{pk} < X < x_{pf}, Y \geq y_{pf})$; 平平型: $p_5 = P(x_{pk} < X < x_{pf}, y_{pk} < Y < y_{pf})$; 平枯型: $p_6 = P(x_{pk} < X < x_{pf}, Y \leq y_{pk})$; 枯丰型: $p_7 = P(X \leq x_{pk}, Y \geq y_{pf})$; 枯平型: $p_8 = P(X \leq x_{pk}, y_{pk} \leq Y \leq y_{pf})$; 枯枯型: $p_9 = P(X \leq x_{pk}, Y \leq y_{pk})$ 。各河流的特征年径流量如表 2 所示。

表 2 各河流的特征年径流量/10⁸m³

Table 2 The characteristic annual runoff for each river

河流 River	不超过概率 Probability less than		
	25% 丰水年 High flow year	50% 平水年 Normal flow year	75% 枯水年 Low flow year
渭河 Weihe	23.504	14.881	7.935
泾河 Jinghe	17.828	13.036	9.594
黑河 Heihe	6.884	5.114	3.693

根据各测站丰枯联合分布函数及各河流的特征年径流量, 利用 Surfer 软件, 可分别绘制渭河、泾河及黑河的丰枯遭遇分布图(图 3~5)。

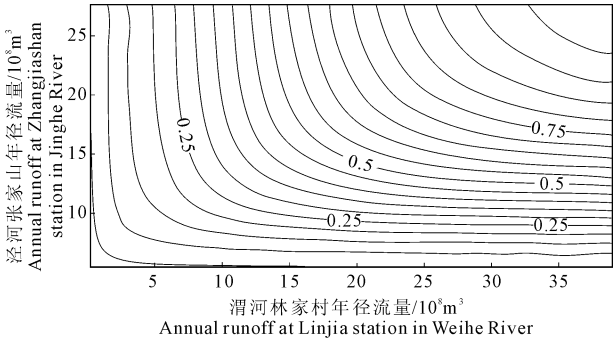


图 3 渭河和泾河丰枯遭遇频率分布

Fig.3 The distribution of runoff encountering probability for Weihe River and Jinghe River

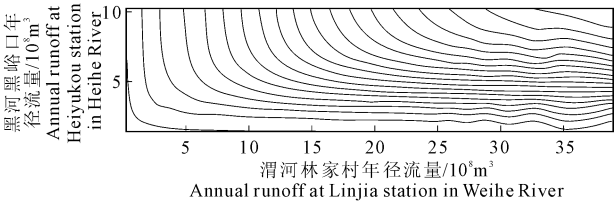


图 4 渭河和黑河丰枯遭遇频率分布

Fig.4 The distribution of runoff encountering probability for Weihe River and Heihe River

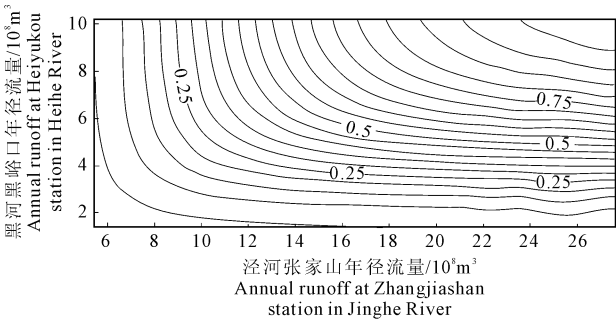


图 5 泾河和黑河丰枯遭遇频率分布

Fig.5 The distribution of runoff encountering probability for Jinghe River and Heihe River

丰枯遭遇频率分析统计见表 3,统计三条典型河流中两两之间的丰枯同步 3 种类型及异步 6 种类型分别出现的频率。

分析表 3 可得到如下结论:在各条河流的丰枯同步频率中,同平的频率(26% ~ 30%)大于同枯的频率(15% ~ 17%)和同丰的频率(6% ~ 10%),同丰的频率最小;在各河流的丰枯异步频率中,由于 Copula 函数具有对称性,推求出两河流的丰平与平丰、丰枯与枯丰、平枯与枯平遭遇的概率基本一致;各河流间的丰枯遭遇概率,丰枯同步(共 3 种类型)频率略大于丰枯异步(共 6 种类型)频率。

表 3 各河流径流丰枯遭遇频率分析结果/%
Table 3 The runoff encountering probability for each two rivers

组合 Combination	丰枯同步频率 Synchronous frequency				丰枯异步频率 Asynchronous frequency						合计 Total
	渭泾同丰 WR - H & JR - H	渭泾同平 WR - N & JR - N	渭泾同枯 WR - L & JR - L	合计 Total	渭丰泾平 WR - H & JR - N	渭丰泾枯 WR - H & JR - L	渭平泾枯 WR - N & JR - L	渭平泾丰 WR - N & JR - H	渭枯泾丰 WR - L & JR - H	渭枯泾平 WR - L & JR - N	
林家村与张家山 Linjia & Zhangjiashan	6	30	17	53	11	3	8	12	2	11	47

组合 Combination	丰枯同步频率 Synchronous frequency				丰枯异步频率 Asynchronous frequency						合计 Total
	渭黑同丰 WR - H & HR - H	渭黑同平 WR - N & HR - N	渭黑同枯 WR - L & HR - L	合计 Total	渭丰黑平 WR - H & HR - N	渭丰黑枯 WR - H & HR - L	渭平黑枯 WR - N & HR - L	渭平黑丰 WR - N & HR - H	渭枯黑丰 WR - L & HR - H	渭枯黑平 WR - L & HR - N	
林家村与黑峪口 Linjia & Heiyukou	10	26	17	53	7	3	12	12	3	10	47

组合 Combination	丰枯同步频率 Synchronous frequency				丰枯异步频率 Asynchronous frequency						合计 Total
	泾黑同丰 JR - H & HR - H	泾黑同平 JR - N & HR - N	泾黑同枯 JR - L & HR - L	合计 Total	泾丰黑平 JR - H & HR - N	泾丰黑枯 JR - H & HR - L	泾平黑枯 JR - N & HR - L	泾平黑丰 JR - N & HR - H	泾枯黑丰 JR - L & HR - H	泾枯黑平 JR - L & HR - N	
张家山与黑峪口 Zhangjiashan & Heiyukou	9	27	15	51	7	4	12	10	4	12	49

Note: WR - H, WR - N and WR - L mean high, normal and low flow in Weihe River, respectively; JR - H, JR - N and JR - L mean high, normal and low flow in Jinghe River, respectively; HR - H, HR - N and HR - L mean high, normal and low flow in Heihe River, respectively.

4 小 结

分析水文事件的丰枯遭遇概率时,要求得多水文变量的联合分布解析表达式相当困难。本文引入 Copula 函数方法,对关中地区几条主要河流径流的丰枯遭遇特性及规律进行研究,分别选取渭河、泾河和黑河径流系列作为代表,对其两两间的丰枯遭遇状况进行了分析。结果表明:在丰枯同步频率中,河流间同平的频率(26% ~ 30%)大于同枯的频率(15% ~ 17%)和同丰的频率(6% ~ 10%),同丰的频率最小;在各河流的丰枯异步频率中,两河流的丰平与平丰、丰枯与枯丰、平枯与枯平遭遇的概率基本一致;各河流间的丰枯遭遇概率,丰枯同步(共 3 种类型)频率略大于丰枯异步(共 6 种类型)频率。通过深入分析和了解河流水文丰枯变化的规律,有助于对区域水资源进行合理调配和管理,有效保障渭河

沿岸城镇的供水灌溉及农业生产安全。

参 考 文 献:

[1] 程天文,梁禄凯,汤奇成.用模糊数学方法分析长江、淮河、黄河、海滦河流域丰枯遭遇[J].自然资源学报,1987,(4):18-21.
[2] 郭生练,闫宝伟,肖义,等.Copula 函数在多变量水文分析计算中的应用及研究进展[J].水文,2008,28(3):1-6.
[3] 许月萍,张庆庆,楼章华.基于 Copula 方法的干旱历时和烈度的联合概率分析[J].天津大学学报,2010,43(10):928-932.
[4] 郑红星,刘昌明.南水北调东中两线不同水文区降水丰枯遭遇性分析[J].地理学报,2000,55(5):523-532.
[5] 闫宝伟,郭生练,肖义.基于两变量联合分布的干旱特征分析[J].干旱地区研究,2007,24(4):537-542.
[6] 韩宇平,蒋任飞,阮本清.南水北调中线水源区与受水区丰枯遭遇分析[J].华北水利水电学院学报,2007,28(1):8-11.
[7] 于长生,薛小杰,黄强,等.关中地区面临的水资源问题与对策研究[J].西安交通大学学报,2000,21(5):725-731.
[8] 刘招.关中地区水文干旱特征及其预警研究[D].西安:长安大学,2012:45-51.